Soluciones del 2do parcial

20 de julio de 2010

1. Calcule los coeficientes de la serie de Fourier de la función

$$x(t) = 4\mathrm{rect}(4t) * \frac{1}{4}\mathrm{comb}\left(\frac{t}{4}\right)$$

R. De las tablas:

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{w}\right) * \frac{1}{T_0}\mathrm{comb}\left(\frac{t}{T_0}\right) \overset{\mathcal{FS}}{\longleftrightarrow} \frac{w}{T_0}\mathrm{sinc}\left(\frac{w}{T_0}k\right)$$

$$4\mathrm{rect}\left(\frac{t}{1/4}\right) * \frac{1}{4}\mathrm{comb}\left(\frac{t}{4}\right) \overset{\mathcal{FS}}{\longleftrightarrow} 4\frac{1/4}{4}\mathrm{sinc}\left(\frac{1/4}{4}k\right)$$

$$a_k = \frac{1}{4}\mathrm{sinc}\left(\frac{k}{16}\right)$$

2. Usando el teorema de Parseval, calcule la energía de la señal

$$x(t) = 4\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{5}\right)$$

R. Por el par de transformadas

$$\mathrm{sinc}(t) \overset{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} \mathrm{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$$

y la propiedad

$$\frac{1}{|a|}x\left(\frac{t}{a}\right) \overset{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} X(aj\omega)$$

$$x(t) = \frac{20}{5}\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{5}\right) \overset{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} X(j\omega) = 20\mathrm{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi/5}\right)$$

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 \, d\omega = \frac{400}{2\pi}\int_{-\pi/5}^{\pi/5} d\omega = \left[\frac{200}{\pi}\omega\right]_{-\pi/5}^{\pi/5} = 80$$

3. Calcule la TF en TD de

$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n-1]$$

R.
$x[n]$ se puede escribir como

$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] - \delta[n]$$

de los pares de transformadas

$$a^n u[n] \stackrel{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$$

y

$$\delta[n] \stackrel{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} 1$$

$$X(j\omega) = \frac{1}{1 - (1/3)\, e^{-j\omega}} - 1 = \frac{e^{-j\omega}}{3 - e^{-j\omega}}$$

4. Calcule la respuesta al impulso del sistema de la figura 1
R.

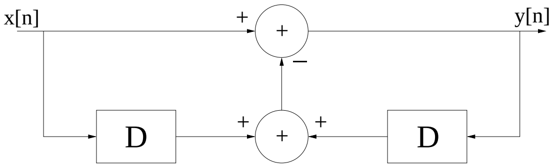

Figura 1:

$$y[n] = x[n] - (x[n-1] + y[n-1])$$
$$y[n-1] + y[n-1] = x[n] - x[n-1]$$
$$H(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega}}{1 + e^{-j\omega}} = \frac{1}{1 + e^{-j\omega}} - \frac{e^{-j\omega}}{1 + e^{-j\omega}}$$
$$h[n] = \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{1 + e^{-j\omega}}\right\} - \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{e^{-j\omega}}{1 + e^{-j\omega}}\right\}$$

Por el par de transformadas

$$a^n u[n] \stackrel{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$$

y la propiedad de desplazamiento en el tiempo

$$x[n - n_0] \stackrel{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow} e^{-j\omega n_0} X(j\omega)$$

$$h[n] = (-1)^n u[n] - (-1)^{n-1} u[n-1]$$
$$(-1)^{n-1} u[n-1] = -(-1)^n u[n-1] = -(-1)^n u[n] + \delta[n]$$
$$h[n] = [(-1)^n + (-1)^n]\, u[n] - \delta[n] = 2(-1)^n u[n] - \delta[n]$$