MA1B02 Sección 23 | **2do Quiz** | **Universidad de Carabobo**
Prof. Eduardo González | **3 febrero 2010** | **Facultad de Ingeniería**

Nombre y Cédula: ______________________________

$\boxed{10}$ 1. Hallar en el eje x, las coordenadas de los puntos que estén a igual distancia de los dos planos $\pi_1 : 3x + 2y - z - 1 = 0$ y $\pi_2 : x + 2y + 3z + 1 = 0$

Solución:

Cualquier punto en el eje x tendrá como coordenadas $P\,(x, 0, 0)$, y debido a que la distancia del punto P hacia los planos π_1 y π_2 son iguales, entonces:

$$\frac{\left|3x + 2\cancelto{0}{y} - \cancelto{0}{z} - 1\right|}{\cancel{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1}}} = \frac{\left|x + 2\cancelto{0}{y} + 3\cancelto{0}{z} + 1\right|}{\cancel{\sqrt{1 + 2^2 + 3^2}}} \tag{1}$$

$$|3x - 1| = |x + 1| \tag{2}$$

Esta última equación tiene dos soluciones a saber:

$$\begin{aligned} 3x - 1 = x + 1 \Rightarrow x = 1 \\ 3x - 1 = -x - 1 \Rightarrow x = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Por lo tanto, resulta en dos puntos $P_1\,(1, 0, 0)$ y $P_2\,(0, 0, 0)$ los que son equidistantes a los planos π_1 y π_2

$\boxed{10}$ 2. Hallar la ecuación de la recta que cunple con las siguientes condiciones: a) pertenece al plano $\pi : 2x - y + 2z + 1 = 0$, b) pasa por el punto de intersección entre π y $L : \vec{P} = (0, 1, 1) + t\,(0, 1, 1)$ y c) es perpendicular al vector $\vec{W} = (1, 0, 1)$

Solución:

Hay varias formas de resolver este problema. Si nos orientamos en la solución vectorial, descubrimos que el vector normal del plano π y el vector $\vec{W}$ son perpendiculares al director de la recta que es desconocida, por tanto:

$$\vec{L} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1, 0, 1) \tag{4}$$

La intersección del plano π con la recta $\vec{L}$ se calcula sustituyendo la ecuación paramétrica de la recta en la ecuación general del plano: Dado que:

$$L : \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \tag{5}$$

entonces

$$2\,(0) - (1 + t) + 2\,(1 + t) + 1 = 0 \Rightarrow t = -2 \tag{6}$$

Siendo el punto de intersección $P_1\,(0, -1, -1)$ y la solución:

$$\vec{P} = (0, -1, -1) + \lambda\,(-1, 0, 1) \tag{7}$$

Si nos concentramos en la solución general, resulta que la ecuación del plano π ya es parte de la solución, hace falta cualquier otro plano que también contenga a la recta, y este puede ser aquel cuya normal es $\vec{W}$ y que pasa por el punto de intersección P_1:

$$L : \begin{cases} 2x - y + 2z + 1 = 0 \\ x + z - (1, 0, 1) \cdot (0, -1, -1) = 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x - y + 2z + 1 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases} \tag{8}$$